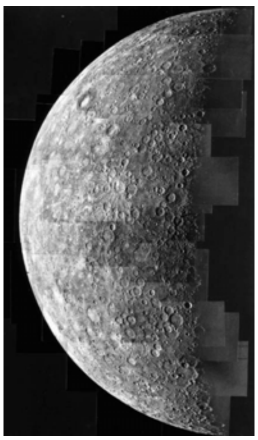
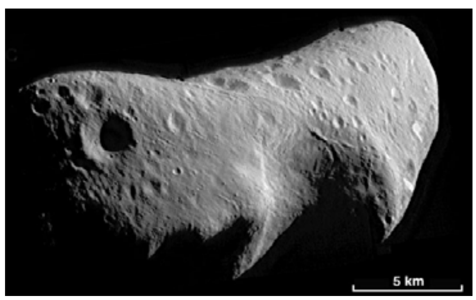
RĪGAS 33. ATKLĀTĀS SKOLĒNU ASTRONOMIJAS OLIMPIĀDES UZDEVUMI UN TO ATRISINĀJUMI

1. uzdevums

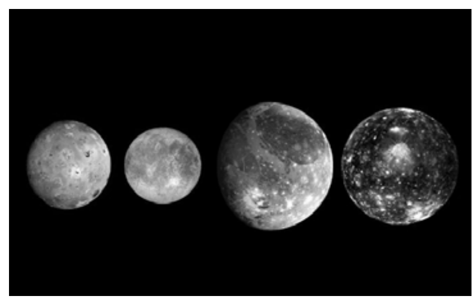
Aplūkojiet fotogrāfijas un atbildiet uz jautājumiem! Kādi objekti ir redzami fotogrāfijās? Kā tos var novērot? Ar ko ir ievērojams katrs konkrētais objekts?



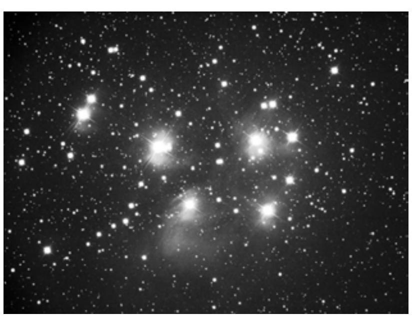
1.



2.



3.



4.

5.

Atbilde.

Pirmajā attēlā redzams Merkurs, otrajā attēlā – Eross, trešajā attēlā – četri lielākie Jupitera pavadoņi, ceturtajā attēlā – Plejādes, piektajā attēlā – Krabja miglājs. Atbildes uz pārējiem diviem uzdevuma jautājumiem tika vērtētas individuāli, ņemot vērā katra dalībnieka zināšanas par konkrētajiem objektiem.

2. uzdevums

3005. gadā Zemes iedzīvotāji nolēma doties ceļojumā uz citu zvaigzni, kā kosmosa kuģi izmantojot mūsu planētu. Kā degviela tika izmantoti ieži no Zemes iekšienes. Cik daudz degvielas bija jāpatērē Zemes novirzīšanai no orbītas, ja iežu izsviešanas ātrums bija vienāds ar v_d = -1235,5 km/s? Uzskatīt, ka Zemes orbīta ir riņķveida! Saules masa $M_S = 2\times10^{30}$ kg, Zemes masa $M_Z = 6\times10^{24}$ kg, gravitācijas konstante $G = 6{,}672\times10^{-11}$ $(N\cdot m^2)/kg^2$.

Atrisinājums.

Lai Zeme tiktu izsviesta no orbītas, tai jāpiešķir otrais kosmiskais ātrums Zemes attālumā no Saules. Šis ātrums ir vienāds ar $v_2 = \sqrt{2}\, v_1$, kur v_1 ir Zemes pirmais kosmiskais ātrums Zemes attālumā no Saules jeb Zemes orbitālais ātrums. Tā kā Zemes orbīta saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem tiek uzskatīta par riņķveida, $v_1 = \sqrt{\frac{GM_S}{r_Z}}$, kur $r_Z = 1{,}5\cdot10^{11}$ m ir Zemes vidējais attālums no Saules jeb viena astronomiskā vienība. Skaitliski v_1 = 29826 m/s, un v_2 = 42180 m/s.

Lai Zemi izsviestu no orbītas, tai jāpiešķir papildu ātrums $\Delta v = v_2 - v_1$ = 12354 m/s. Šajā gadījumā var uzskatīt, ka Zeme no orbītas tiks izsviesta reaktīvi. Reaktīvo kustību apraksta vienādojums $v_r = -v_d\cdot ln(1+m/M)$, kur $v_r = \Delta v$ ir raķetes, t.i., Zemes ātrums pēc degvielas iztērēšanas, v_d – degvielas (iežu) izplūdes ātrums, m – degvielas (iežu) masa, bet $M = M_Z - m$ ir Zemes masa pēc degvielas iztērēšanas. Ievietojot skaitļus un ievērojot mērvienības, iegūst, ka $m = 5{,}94\cdot10^{22}$ kg, t.i., 1 % no Zemes masas.

Uzdevumu var risināt arī, izmantojot impulsa nezūdamības likumu $Mv_1 = m\Delta v + (M_Z - m)v_2$.

3. uzdevums

Vai dienā var novērot Mēness aptumsumu?

Atrisinājums.

Atbilde, ka Mēness aptumsums ir redzams tikai naktī, kad Saules disks neatrodas virs horizonta, ir nepareiza. Aptumsuma laikā Mēness un Saule atrodas debess sfēras pretējās pusēs un, ja Mēness aptumsums sākas vai beidzas ap saulrietu vai saullēktu, tad var novērot dažādas Mēness aptumsuma daļas.

Lai atbildētu uz jautājumu precīzi, noskaidrosim, vai vienlaikus kaut viens Saules un Mēness diska punkts var atrasties virs horizonta, ja Mēness diska centrs atrodas Zemes ēnas centrā (maksimālais iespējamais aptumsums). Ja atbilde ir pozitīva, tad arī jebkura cita Mēness aptumsuma fāze var būt redzama dienā.

Ņemsim vērā šādus efektus:

- Mēness paralakse (57 loka minūtes) šajā gadījumā pazemina Mēness augstumu;
- Saules paralakse ir tikai 9 loka sekundes, un to var neņemt vērā;
- refrakcija paceļ abus spīdekļus, kas atrodas pie horizonta, aptuveni par 34 loka minūtēm;
- Saules un Mēness diska leņķiskie rādiusi ir aptuveni 16 loka minūtes.

Summējot skaitļus, iegūst, ka abu spīdekļu disku augšējo punktu summārais leņķiskais augstums ir vienāds ar h = -57 + 34 + 16 + 34 + 16 = 43 loka minūtes, kas atbilst 1,3

Saules vai Mēness leņķiskajiem diametriem. Tātad noteiktos apstākļos jebkura Mēness aptumsuma fāze var būt redzama arī dienā.

4. uzdevums

Pēdējos gados aizvien biežāk pie citām zvaigznēm tiek atklātas planētas. Šādi atklājumi galvenokārt tiek veikti, izmantojot pāriešanas metodi, kad, skatoties no Zemes, planēta savā kustībā ap zvaigzni pāriet pāri tās diskam un nedaudz samazinās zvaigznes spožums. Novērtējiet varbūtību novērot no Zemes planētas pāriešanu zvaigznes diskam, ja zvaigzne ir līdzīga Saulei, bet planēta kustas ap to pa riņķveida orbītu ar rādiusu 1 a.v.! Pieņemt, ka detektoru jutība ir pietiekami liela! Novērtējiet minimālo planētas izmēru, kādu iespējams reģistrēt ar pāriešanas metodi! Pieņemt, ka minimālā reģistrējamā spožuma izmaiņa ir 0,5% un zvaigznes diska spožums ir vienmērīgs!

Atrisinājums.

Sfēras laukums ir vienāds ar $4\pi r^2$, bet laukums, skatoties no kura planēta pāriet pāri zvaigznes diskam, ir vienāds ar $2\pi rD$, kur D ir zvaigznes diametrs un r ir planētas orbītas rādiuss. Ja planēta atrastos centrā, bet zvaigzne riņķotu ap to, zvaigzne aizklātu planētu joslā ar augstumu D. Varbūtība redzēt šo debess ķermeņu sistēmu no Zemes aizklāšanas joslā ir vienāda ar $P = D/r$. Skaitliski $P = 1{,}4\cdot10^6$ km/$1{,}5\cdot10^8$ km = 1%.

Zvaigznes diska laukums ir vienāds ar πR_{zv}^2, kur R_{zv} ir zvaigznes rādiuss. Planētas diska laukums ir vienāds ar πR_{pl}^2, kur R_{pl} ir planētas rādiuss. Aizklātā daļa ir vienāda ar R_{pl}^2/R_{zv}^2. Ja tā ir lielāka par 0,5%, saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem to var reģistrēt, tāpēc minimālo R_{pl} var noteikt pēc sakarības $(R_{pl}/R_{zv})^2 = 0{,}005$, no kurienes $R_{pl} = 0{,}07\ R_{zv} \approx 0{,}07 * 7\cdot10^5$ km $\approx 5\cdot10^4$ km jeb 0,7 Jupitera diametri.

5. uzdevums

Astronomi, izmantojot NOT 2,5 m teleskopu, Lauvas zvaigznājā novēroja divas 18. zvaigžņlieluma galaktikas, kuras atradās attālumā θ=30" viena no otras. Galaktikām tika izmērītas spektra sarkanās nobīdes z_1=0,009 un z_2=0,011. Novērtējiet šīs galaktiku sistēmas kopējo masu, pieņemot, ka astronomi galaktikas novēroja maksimālajā attālināšanās leņķī vienu no otras! Rezultātu izteikt Saules Masas vienībās! Habla konstante H = 70 km/(s·Mpc), gravitācijas konstante $G = 6{,}672\times10^{-20}$ km^3/(kg·s^2), gaismas ātrums $c = 3\times10^5$ km/s un Saules masa $M_S = 2\times10^{30}$ kg.

Atrisinājums.

Tā kā abu galaktiku spožumi ir vienādi, var pieņemt, ka tās pēc masas ir apmēram vienādas, t.i., $m_1 = m_2 = m$. Uz katru no galaktikām darbojas Ņūtona pievilkšanās spēks:

$$F = G\, m_1\, m_2 / (2R)^2 = G\, m^2 / (2R)^2, \quad (1)$$

kur $2R$ ir fizikālais attālums starp galaktikām. Galaktikas kustas ap kopēju smaguma spēka centru, kas atrodas pa vidu starp galaktikām. Smaguma centra reducētā masas ir vienāda ar

$$\mu = m_1\, m_2 / (m_1 + m_2) = m / 2. \quad (2)$$

Tātad katrai galaktikai, kustoties pa riņķveida orbītu ap kopējo gravitācijas centru, tiks piešķirts paātrinājums, kas, ņemot vērā (2), ir vienāds ar

$$a = F / \mu = 2F / m. \quad (3)$$

Paātrinājumu var izteikt ar riņķveida kustības ātruma v un orbītas rādiusa R palīdzību:

$$a = v^2 / R. \qquad (4)$$

Apvienojot (1), (3) un (4), iegūst:

$$F = G\, m^2 / (2R)^2 = 1/2\; m\, a = m\, v^2 / (2R). \qquad (5)$$

No šejienes var izteikt galaktikas masu m:

$$m = G^{-1}\, v^2\, (2R). \qquad (6)$$

Saskaņā ar Habla likumu attālums L līdz galaktiku pārim ir vienāds ar

$$L = v_{kosm}\, H^{-1} = c\, z_{vid}\, H^{-1} \qquad (7)$$

kur v_{kosm} – kosmoloģiskais galaktiku attālināšanās ātrums, Visumam izplešoties, bet

$$z_{vid} = (z_1 + z_2)/2 \qquad (8)$$

ir galaktiku sistēmas vidējā sarkanā nobīde, kas izsaka kosmoloģisko attālumu. Fizikālais attālums $2R$ starp abām galaktikām ir vienāds ar

$$2R = L \,\mathrm{tg}\, \theta = c\, H^{-1}\, z_{vid}\; \theta \qquad (9),$$

kur θ ir izteikts radiānos un ņemts vērā, ka leņķis ir mazs, t.i., tg $\theta \approx \theta$.

Tā kā tiek pieņemts, ka galaktikas novērotājam atrodas maksimālajā iespējamajā attālumā, sarkanās nobīdes mērījumi ļauj tiešā veidā noteikt galaktiku orbitālos kustības ātrumus:

$$v = c\, \Delta z, \qquad (10)$$

kur

$$\Delta z = (z_2 - z_1)\, /2 \qquad (11)$$

ir sarkanās nobīdes komponente, kas raksturo galaktikas orbitālo kustību.

Izmantojot vienādojumus (9) un (10) un novērojumos iegūtos lielumus, vienādojumu (6) var pārrakstīt šādi:

$$m = G^{-1}\, v^2\, (2R) = G^{-1}\, (c\, \Delta z)^2\, (c\, H^{-1}\, z_{vid}\; \theta) = G^{-1}\, c^3\, H^{-1}\, \Delta z^2\, z_{vid}\; \theta. \qquad (12)$$

Ņemot vērā, ka sistēmas kopējā masa M sastāv no abām galaktikām, t.i., M=2m, tiek iegūta šāda sakarība:

$$M = 2\, G^{-1}\, c^3\, H^{-1}\, \Delta z^2\, z_{vid}\; \theta, \qquad (13)$$

no kuras, ievērojot (8) un (11), atrod galaktiku sistēmas kopējo masu:

$$M = 2\, G^{-1}\, c^3\, H^{-1}\, [(z_2 - z_1)\, /2]^2\, [(z_1 + z_2)/2]\; \theta$$

jeb

$$M = ¼\, G^{-1}\, c^3\, H^{-1}\, (z_1 + z_2)(z_2 - z_1)^2\; \theta. \qquad (14)$$

Skaitliski $M = 5 \cdot 10^{41}$ kg = $2{,}5 \cdot 10^{11}\, M_S$.

Māris Krastiņš